

ГУБАНОВ ЛЕВ

8 КЛАСС М-2-11-8-02

ЕСОШ №3

Максимальное время выполнения заданий: 240 мин.

Все задания по 7 баллов

13 БАЛЛОВ

37%

призёр

1. По кругу сидело 10 болтунов. Сначала один из них рассказал один анекдот, следующий по часовой стрелке – два анекдота, следующий – три, и так далее по кругу, пока один не рассказал 100 анекдотов за раз. Тут болтуны устали, и следующий по часовой стрелке рассказал 99 анекдотов, следующий – 98, и так далее по кругу, пока один не рассказал всего один анекдот, и все разошлись. Сколько всего анекдотов рассказал каждый из этих 10 болтунов?

2. Делитель натурального числа называется собственным, если он не равен самому числу и 1. Найдите все такие натуральные числа, у которых самый большой собственный делитель отличается на 3 (в ту или другую сторону) от куба самого маленького собственного делителя.

3. В треугольнике ABC провели биссектрису BD , а в треугольниках ABD и CBD – биссектрисы DE и DF соответственно. Оказалось, что $EF \parallel AC$. Найдите угол DEF .

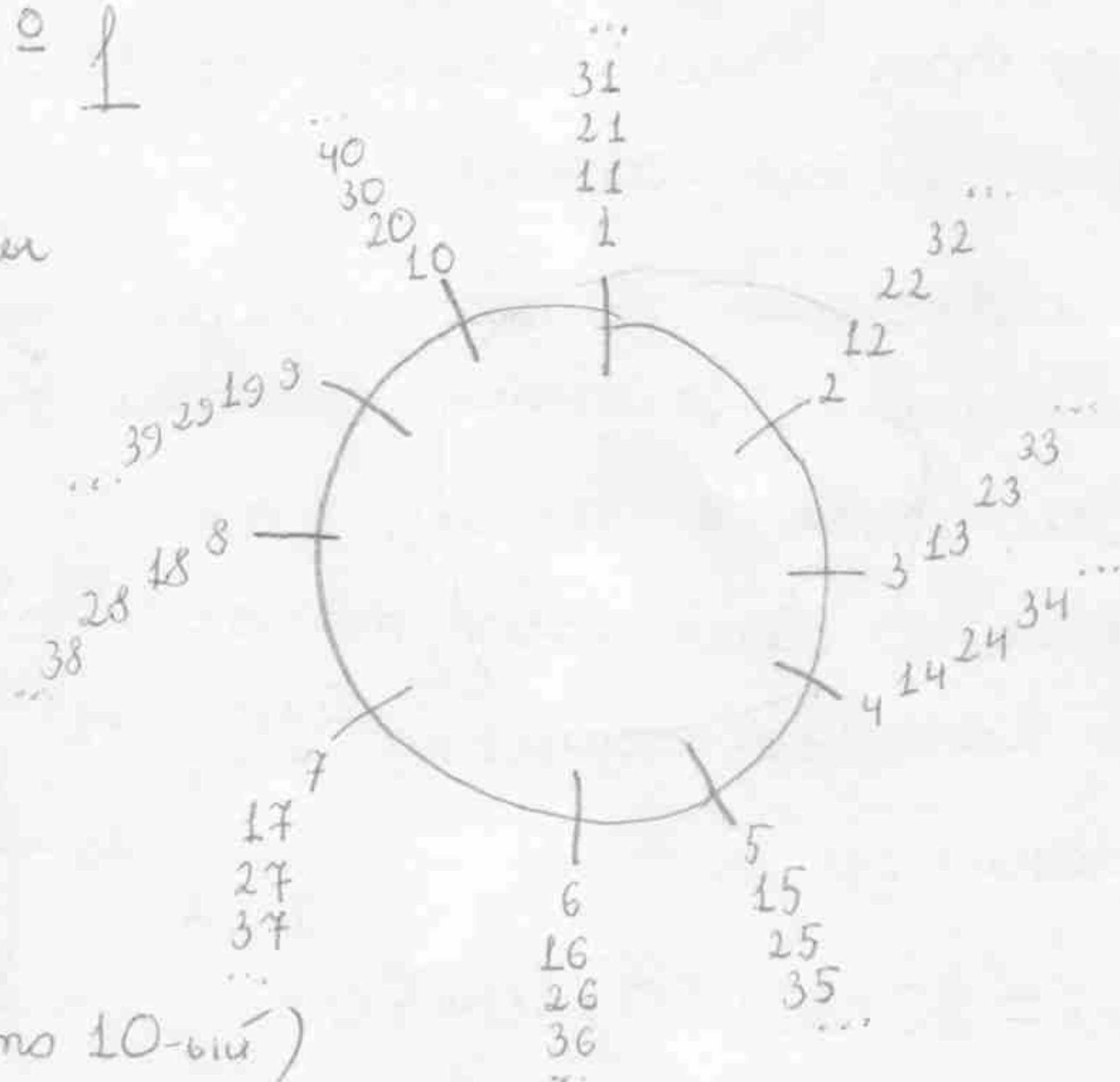
4. Докажите, что выражение $x^5 - 4x^4y - 5y^2x^3 + 20y^3x^2 + 4y^4x - 16y^5$ не равно 77 ни при каких целых значениях x и y .

5. В футбольном турнире, где каждая команда по одному разу сыграла с каждой, участвовали команды А, Б, В, Г, Д и Е. За победу команда получала 3 очка, за ничью 1 очко, за поражение 0 очков. В итоге оказалось, что команды А, Б, В, Г и Д набрали по 7 очков. Какое наибольшее количество очков могла набрать команда Е?

и - 2 - 11 - 8 - 02

№ 1

- 1) каждый новый раз болтуни рассказывали на 10 больше
- 2) с каждым кругом + 10 для каждого
- 3) всего болтунов 10
- 4) каждый следующий рассказывал на 1 больше предыдущего (до 100)
- 5) последний рассказывал 100 (это 10-ый)



Сколько рассказов каждый из 10, пока они не дошли до 100?

- 6) всего 10 кругов (до 100) и с каждым кругом + 10, отсюда:

$$10\text{-ый} = 10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90 + 100 = 550$$

$$9\text{-ый} = 9 + 19 + 29 + 39 + 49 + 59 + 69 + 79 + 89 + 99 = 9 \cdot 10 + 450 = 540$$

$$8\text{-ой} = 8 + 18 + 28 + 38 + 48 + 58 + 68 + 78 + 89 + 98 = 8 \cdot 10 + 450 = 530$$

7) видна последовательность уменьшения: с каждым разом на 10 меньше, а значит остальные будут проще посчитать:

$$7\text{-ой} = 520$$

$$6\text{-ой} = 510$$

$$5\text{-ый} = 500$$

$$4\text{-ый} = 490$$

$$3\text{-ий} = 480$$

$$2\text{-ой} = 470$$

$$1\text{-ый} = 460$$

Проверка:

$$1\text{-ый} = 1 + 11 + 21 + 31 + 41 + 51 + 61 + 71 + 81 + 91 = 1 \cdot 10 + 450 = 460, 460 = 460$$

$$4\text{-ый} = 4 + 14 + 24 + 34 + 44 + 54 + 64 + 74 + 84 + 94 = 4 \cdot 10 + 450 = 490, 490 = 490$$

Сколько рассказов каждый из 10, после того как они дошли до 100 (когда анекдоты стали уменьшаться)?

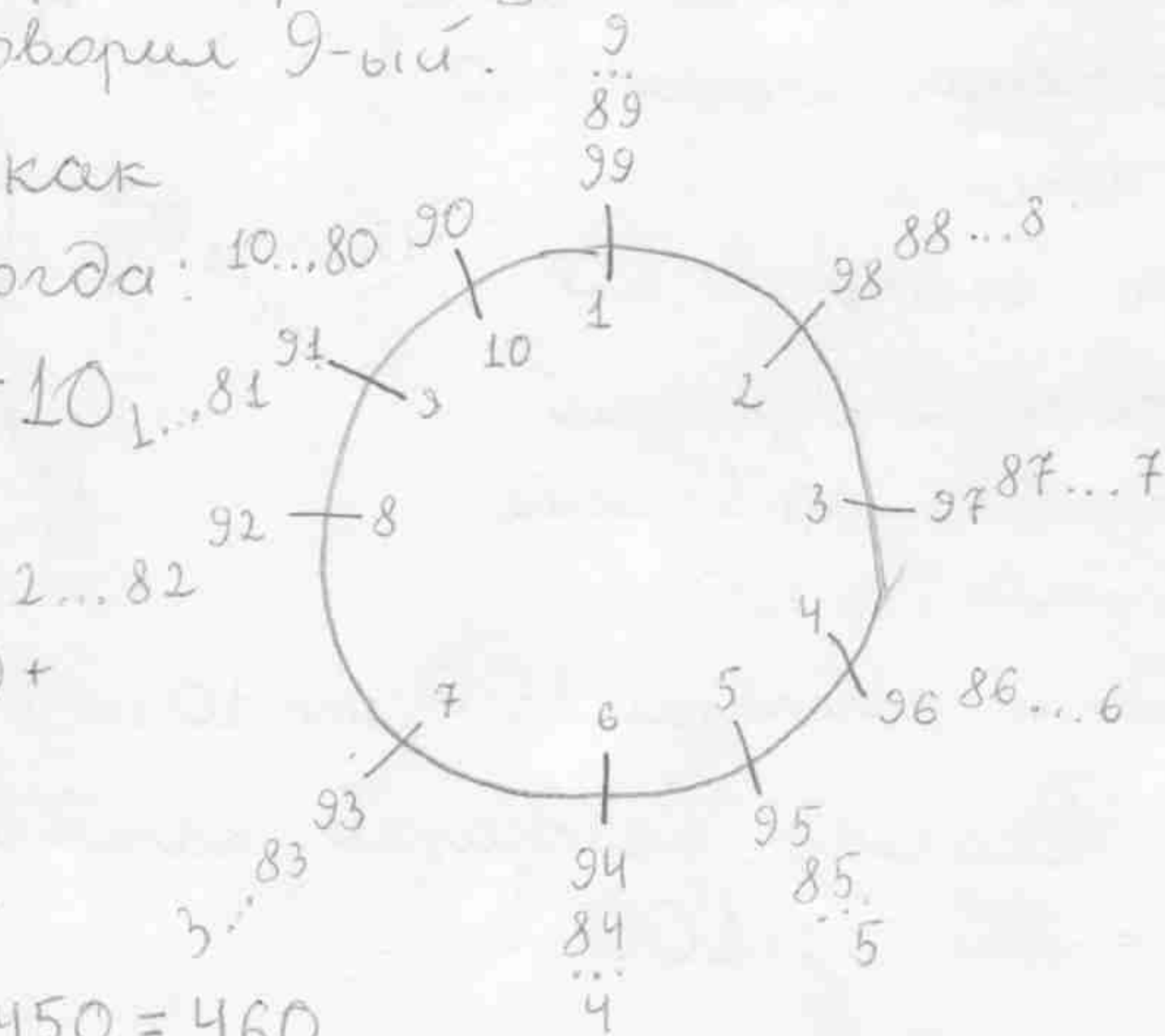
8) следующий по час. стрелке рассказывал на 1 меньше предыдущего, последний говорил 9-ый.

9) считать я начал как

обычно с десятого, тогда:

10) с каждым кругом -10

Решение:



$$10\text{-ый} = 90 + 80 + 70 + 60 + 50 +$$

$$+ 40 + 30 + 20 + 10 = 450$$

$$9\text{-ый} = 91 + 81 + 71 + 61 + 51 +$$

$$+ 41 + 31 + 21 + 11 + 1 = 1 \cdot 10 + 450 = 460$$

$$8\text{-ой} = 92 + 82 + 72 + 62 + 52 + 42 + 32 + 22 + 12 + 2 =$$

$$= 2 \cdot 10 + 450 = 470$$

11) С каждым разом при этой посылке $+10$, поэтому:

$$7\text{-ой} = 480$$

$$6\text{-ой} = 490$$

$$5\text{-ый} = 500$$

$$4\text{-ый} = 510$$

$$3\text{-ий} = 520$$

$$2\text{-ой} = 530$$

$$1\text{-ый} = 540$$

12) Осталось считать одних болтунов из двух частей:

$$10\text{-ый} = 550 + 450 = 1000$$

$$9\text{-ый} = 540 + 460 = 1000$$

$$8\text{-ой} = 530 + 470 = 1000$$

$$7\text{-ой} = 520 + 480 = 1000$$

$$6\text{-ой} = 510 + 490 = 1000$$

$$5\text{-ый} = 500 + 500 = 1000$$

$$4\text{-ый} = 490 + 510 = 1000$$

$$3\text{-ий} = 480 + 520 = 1000$$

$$2\text{-ой} = 470 + 530 = 1000$$

$$1\text{-ый} = 460 + 540 = 1000$$

Ответ: каждый болтун сказал 1000 анекдотов, ну что-то они сильно болтливые!

45

• N° 2

пусть x = самый большой собст. делитель,
а y = самый маленький собст. делитель,

$$x = y^3, \quad x - y = 3, \text{ или } y - x = 3 \quad (x > y \text{ на } 3 \text{ или } y > x \text{ на } 3)$$

N = натуральное число

об

№ 5

1) каждая команда сыграла 5 раз:
конфигурации

ЗАБ 1АВ 0АГ 0АД 3АЕ

в итоге баллов у команды
 $A = 7$

0БА 3БВ 3БГ 1БД 0БЕ

$B = 7$

1ВА 0ВБ 3ВГ 3ВД 0ВЕ

$B = 7$

3ГА 0ГБ 0ГВ 3ГД 1ГЕ

$\Gamma = 7$

3ДА 1ДБ 0ДВ 0ДГ 3ДЕ

$D = 7$

0ЕА 3ЕБ 3ЕВ 1ЕГ 0ЕД

$E = ?$ (наибольший)

$E = 7$

карандашом помечены баллы
в опр. состязании у команды

Ответ: команда Е максимум может
набрать 7 очков.

48

№ 3

Дано:

$\triangle ABC$

BD - биссектриса $\triangle ABC$

DE - биссектриса $\triangle ADB$

DF - биссектриса $\triangle BDC$

$EF \parallel AC$

$\angle ABD = \angle CBD$, т.к.

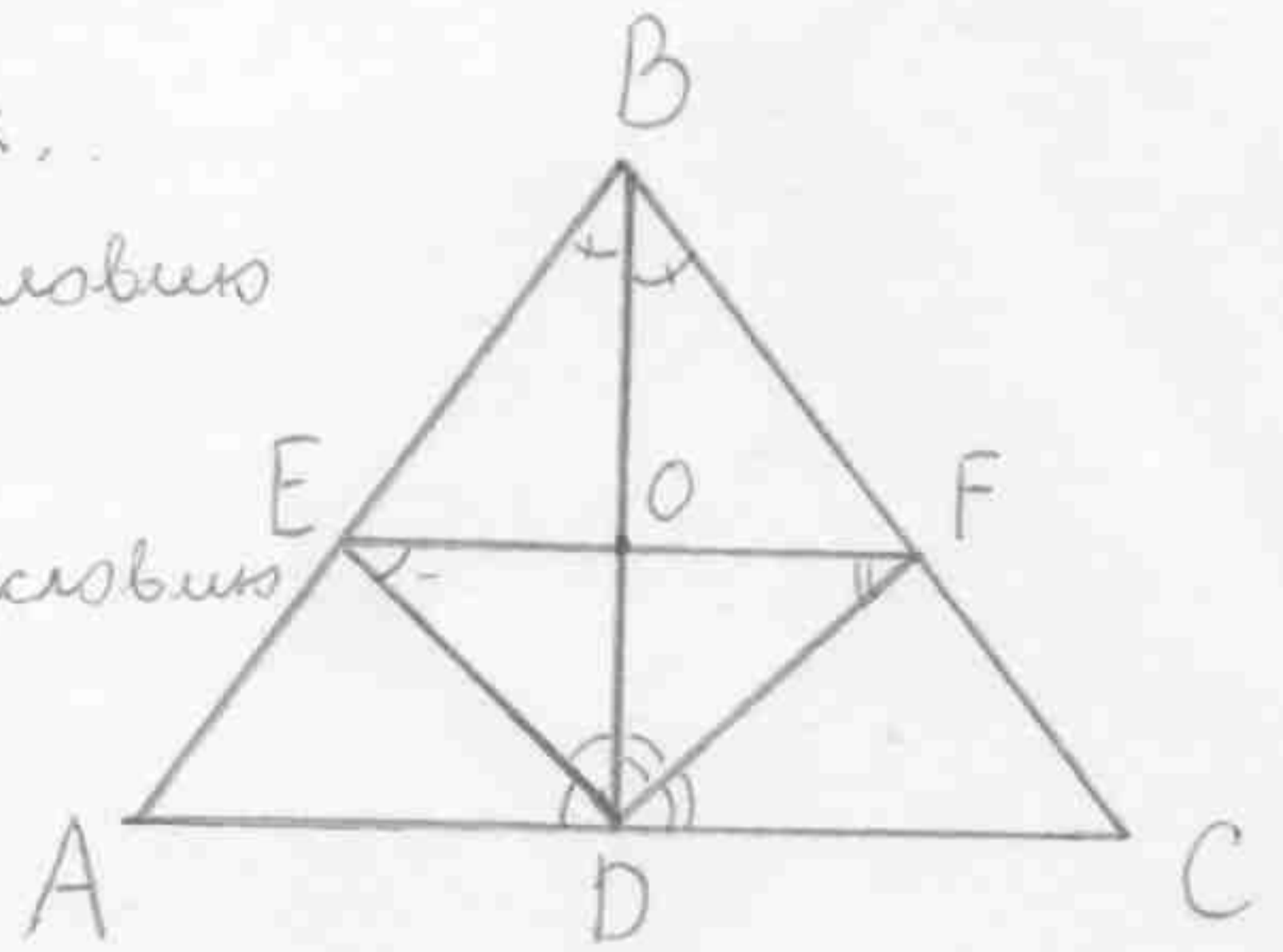
BD - биссектриса $\triangle ABC$ по условию

$\angle ADE = \angle ED$, т.к.

DE - биссектриса $\triangle ADB$ по условию

$\angle BDF = \angle FDC$, т.к.

DF - биссектриса $\triangle BDC$ по условию.



$\angle DEF = ?$

$EF \parallel AC$, DE - секущая, тогда

$\angle ADE = \angle DEF$ (накрест лежащие)

$EF \parallel AC$, DF - секущая, тогда

$\angle FDC = \angle EFD$ (накрест лежащие).

25